Norges teknisk-
naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen: Ola Diserud
Telefon: 932 18 823

ST1101 SANNSYNLIGHETSREGNING /
ST6200 SANNSYNLIGHETSREGNING

Torsdag 7. juni 2007
Tid: kl. 09.00-13.00

Hjelpemidler: Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Lommekalkulator.

Sensur: 28. juni 2007

Oppgave 1

Vi har en stokastisk variabel Y med sannsynlighetsfordeling gitt ved funksjonen

$$f_Y(y) = \begin{cases} ke^{-y/\lambda}, & y \geq 0 \\ 0, & ellers \end{cases}$$

hvor k og λ er positive parametere.

a) Finn $E(Y)$ og $Var(Y)$.

(Hint: Bruk at $\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$ hvor $a > 0$ og n er et ikke-negativt heltall).

b) Finn den kumulative fordelingen til Y.

Finn så $P\left(\frac{1}{4}\mu \leq Y \leq \frac{3}{4}\mu\right)$, hvor $\mu = E(Y)$.

c) La $\overline{Y}$ være gjennomsnittsverdien for 20 uavhengige observasjoner med fordeling $f_Y(y)$. Skriv opp uttrykkene for $E(\overline{Y})$ og $Var(\overline{Y})$ uttrykt ved de opprinnelige parametrene.

Bestem k slik at $f_Y(y)$ blir en gyldig sannsynlighetsfordeling.

Finn tilnærmet verdi for $P\left(\overline{Y} \geq 1.2\mu\right)$.

Oppgave 2

På oppdrag fra Fylkesmannens miljøavdeling skal du kartlegge dyreaktiviteten vinterstid i marka. Langs en forhåndsbestemt rute registrerer du antallet dyrespor X som kan sees fra skiløypa.

a) Argumenter for at X kan være Poissonfordelt.
Basert på tidligere års erfaringer bruker vi videre at X er Poissonfordelt med parameter $\alpha/3$ der α er lengden på ruta målt i km. Ruta som er valgt er på åtte km. Hvor mange dyrespor forventer du å se?
Hva er sannsynligheten for at antallet dyrespor er større enn 3 og mindre enn 7?

b) Neste dag går du fem km uten at du ser noen dyrespor. Sett opp fordelingen til antall km Y du må gå videre før du kommer til første kryssende spor.
Anta at du bruker 12 minutter per km. Finn forventningsverdi og standardavvik for totalt antall minutter T fra turen startet til du ser det første dyresporet.

c) Anta videre at du klarer å skille hundespor fra de andre sporene. Hvilken fordeling vil antallet hundespor H ha, når antallet dyrespor totalt x er gitt og du også kjenner andelen p hunder blant ”spordyrene”?
Finn den ubetingede forventningen $E(H)$ uttrykt ved p og α .
Sett også opp uttrykket for den ubetingede sannsynlighetsfordelingen til H.

Oppgave 3

Et klassisk terningproblem er som følger: Det kastes to terninger om gangen. Hvor mange ganger n må du kaste terningene for at sannsynligheten for at det skal ha forekommet minst en dobbel-6 skal være større enn 0,50?

Oppgave 4

Ei mølle pakker mel i kilos pakker, og har anskaffet en ny pakkemaskin til dette formål. Når pakkemaskinen stilles inn på m kilo vil vekten av en tilfeldig pakke X være normalfordelt med forventning m og varians $0,01^2$. Hvis en pakke veier mindre enn 0,99 kg anses den som ”undervektig”.

a) Argumenter for at vektene av forskjellige pakker kan antas uavhengige, så lenge pakkemaskinen fungerer som den skal.
Hva er sannsynligheten for at en pakke skal bli undervektig hvis m settes lik 1,00 kilo?

b) Mølla ønsker at pakkemaskinen skal innstilles slik at sannsynligheten for at en kartong med 20 pakker inneholder en eller flere undervektige pakker skal være høyst 0,01. Finn den m-verdien som tilfredsstiller dette ønsket.